

# **A KURSUS 2014**

**Diagnostisk Radiologi : ” Fysik og Radiobiologi ”**

## **ATTENUATION AF RØNTGENSTRÅLING**

*Erik Andersen, ansvarlig fysiker*

*CIMT Medico, Herlev, Gentofte, Glostrup Hospital*

## Attenuation af røntgenstråling :

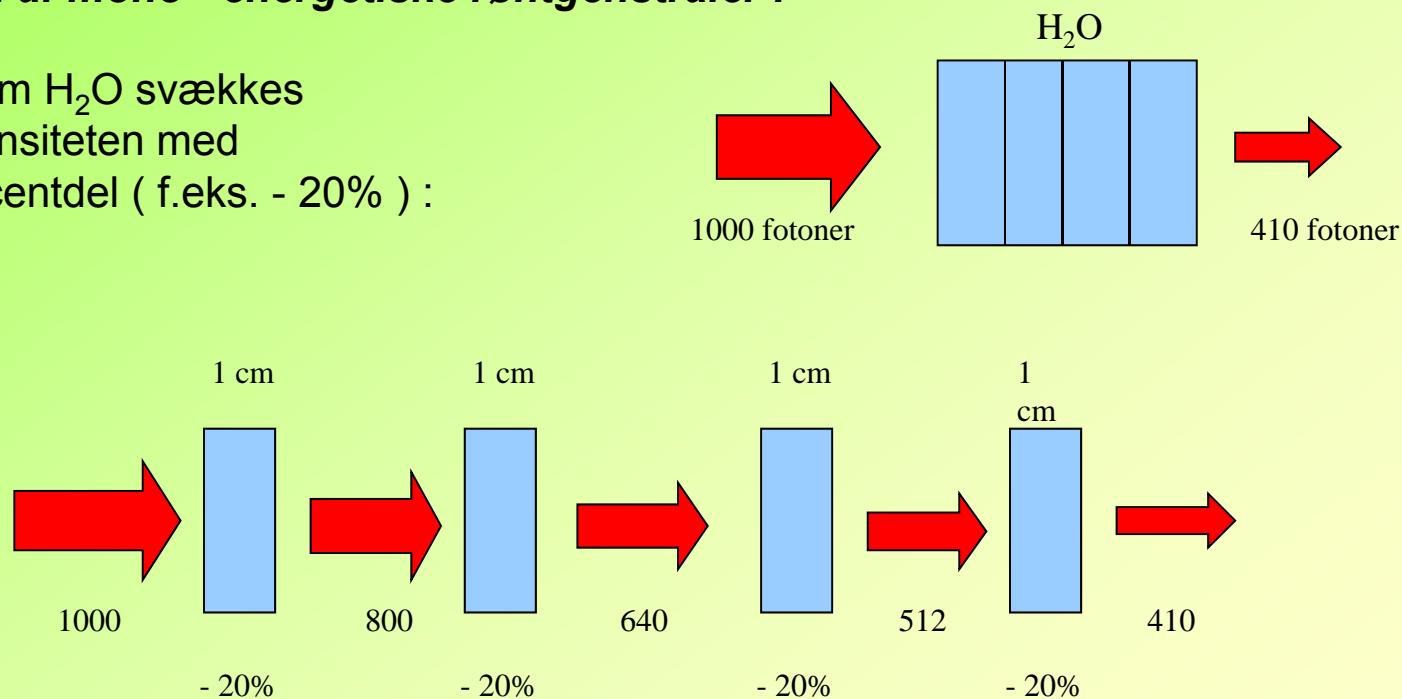
Attenuation = svækkelse af røntgenstrålingens intensitet gennem absorptions- og spredningsprocesser i stof.

Intensitet = antal fotoner · fotonenergien / cm<sup>2</sup> = "strålingens energiindhold" / cm<sup>2</sup>

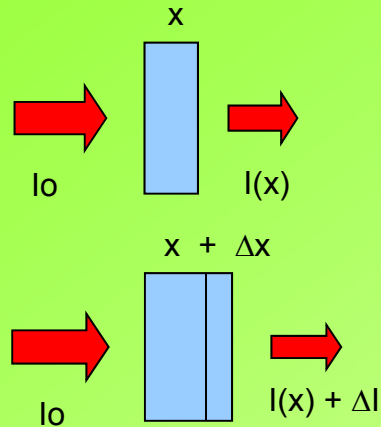
For *monoenergetisk* stråling :  $E_{\text{foton}} = \text{konstant}$

### Attenuation af mono - energetiske røntgenstråler :

For hver 1 cm H<sub>2</sub>O svækkes strålingsintensiteten med samme procentdel ( f.eks. - 20% ) :



## Matematik :



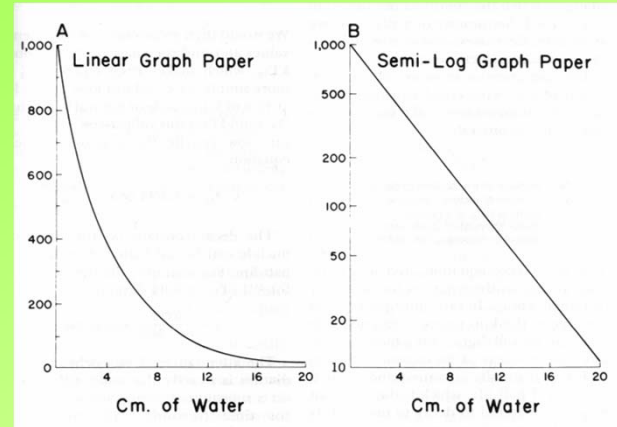
$$\text{Krav: } \Delta I = -\mu \cdot I \cdot \Delta x$$

$$\text{Løsning : } I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

hvor

$I(x)$  er intensiteten i dybden  $x$   
 $\mu$  er den lineære attenuationskoefficient

$I(x)$  er en eksponentiel udvikling



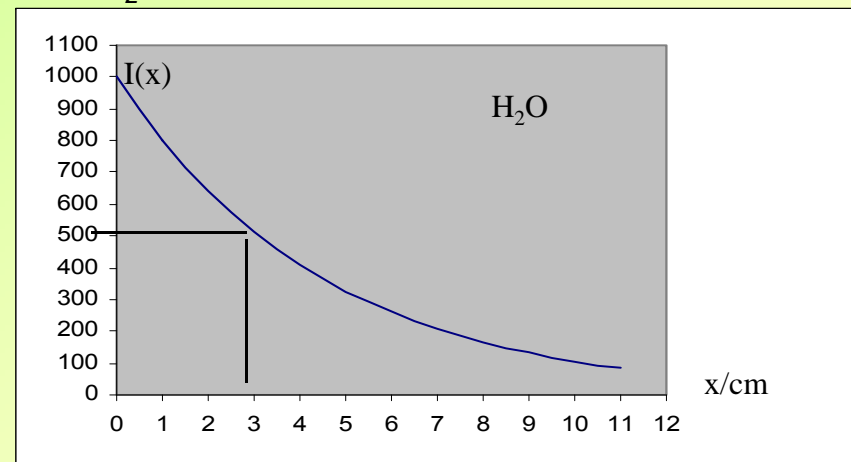
NB: Grafen for  $I(x)$  er en aftagende ret linje i et semilogaritmisk koordinatsystem.

### **HVL Half Value Layer :**

HVL er den dybde i stoffet, der reducerer strålingsintensiteten  $I(x)$  til 50% af begyndelsesværdien  $I_0$ .

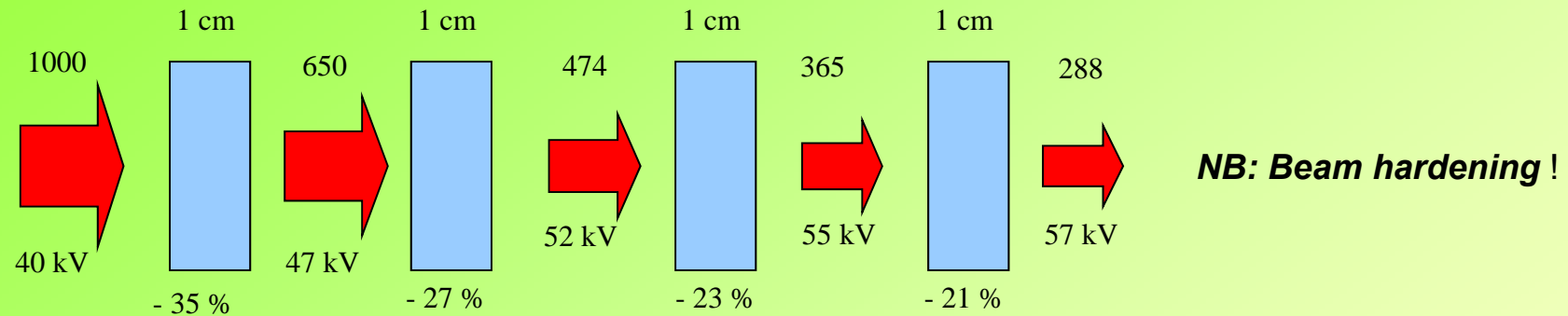
$$\text{HVL} = \ln 2 / \mu = 0,693 / \mu \text{ ( cm )}$$

For  $H_2O$  : HVL  $\sim$  3,1 cm ved 50 keV



## Attenuation af røntgenstråling/røntgenspektrum:

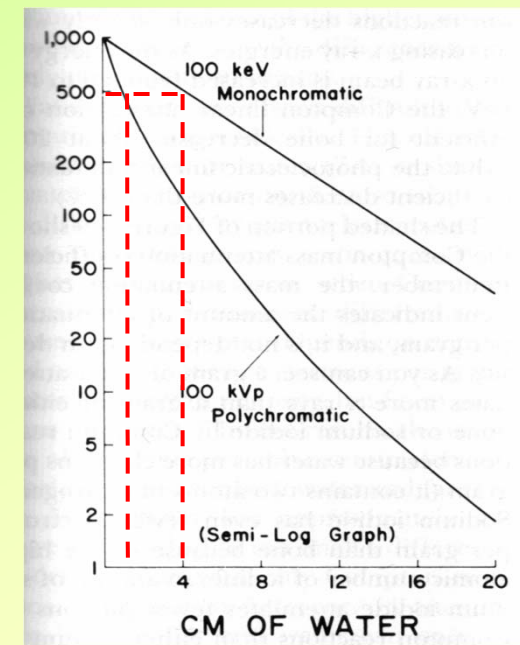
Eks.: 100 kVp ~ ca. 40 keV i middelenergi af røntgenstrålingen.



**NB:** Kun for monoenergetisk stråling er attenuationen i stof eksponentielt aftagende ( dvs. en ret linie i semi-log. koordinatsystem )

$HVL_{poly}$  er mindre end  $HVL_{mono}$  inden for de første cm.

For større dybder er  $HVL_{poly}$  næsten lig med  $HVL_{mono}$



## Attenuation i væv :

Attenuationen af røntgenstrålingens intensitet afhænger bl.a. af :

- $E_{\text{foton}}$  fotonenergien
- $\rho$  massefylden
- $Z$  atomnummeret
- $\mu$  lineære attenuationskoefficient
- $\mu/\rho$  masse attenuationskoefficienten

Effektivt atomnummer for sammensat stof :

$$Z_{\text{eff}} = \sqrt[m]{a_1 \cdot Z_1^m + a_2 \cdot Z_2^m + a_3 \cdot Z_3^m}$$

$a_1, a_2, a_3$  er brøkdelen af delkomponenternes antal elektroner pr. gram ( $m \sim 3,5$ ).

### **Masse attenuations koefficienten $\mu/\rho$ :**

$\mu$  = den lineære attenuations koefficient ,  $[\mu] = \text{cm}^{-1}$

$\rho$  = massefylden ,  $[\rho] = \text{g/cm}^3$

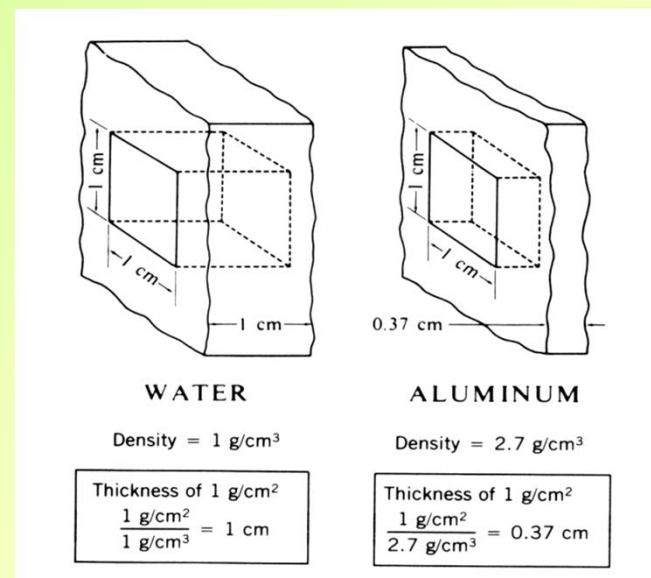
$\mu/\rho$  måles i  $\text{cm}^2/\text{g}$

*Eks :* Vand, 50 keV,  $\mu = 0,214 \text{cm}^{-1}$

$$\mu/\rho = 0,214 \text{cm}^{-1} / 1 \text{g/cm}^3$$

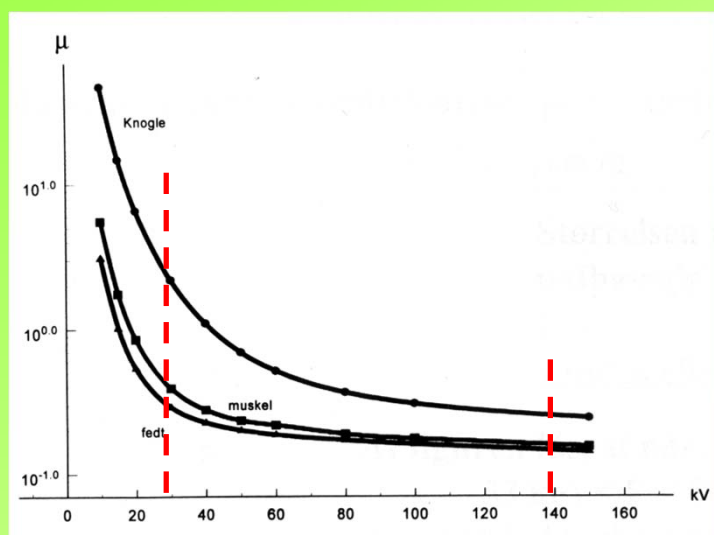
$$= 0,214 \text{cm}^2/\text{g}$$

$\mu/\rho$  er uafhængig af et stof tilstandsform , f.eks. is, vand og damp .



## Lineær attenuations koefficient $\mu$ :

Den lineære attenuations koefficient  $\mu$  som funktion af fotonenergien i keV for forskellige typer væv :

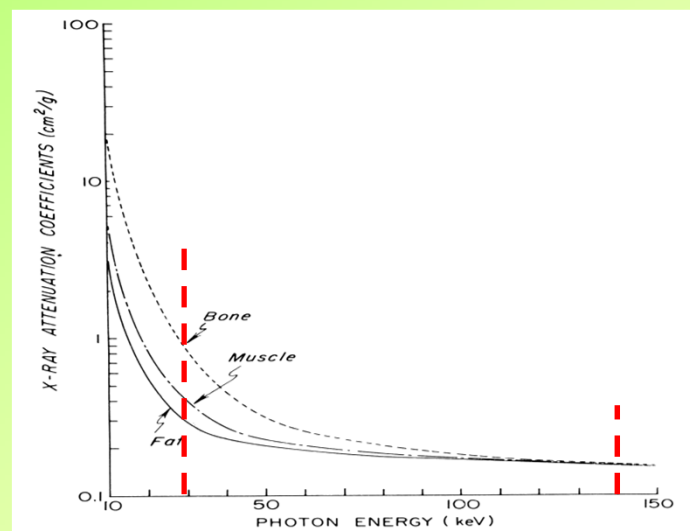


$\mu$  og  $\mu/\rho$  :

- aftager med voksende værdier af  $E_{\text{foton}}$
- vokser med voksende værdier af  $Z$

## Masse attenuations koefficienten $\mu/\rho$ :

Masse attenuations koefficienten  $\mu/\rho$  som funktion af fotonenergien i keV for muskelvæv, fedtvæv og knoglevæv :



Sammenligning af data for udvalgte vævstyper m.m. :

stof	$Z_{\text{eff}}$	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	elektron/g
luft	7,64	0,00129	$3,01 \cdot 10^{23}$
fedtvæv	5,92	0,91	$3,48 \cdot 10^{23}$
vand	7,42	1,00	$3,34 \cdot 10^{23}$
knoglevæv	13,8	1,85	$3,00 \cdot 10^{23}$

## Vekselvirkninger mellem røntgenstråling og væv :

Røntgenstrålings vekselvirkning med væv :

- Coherent spredning
- Fotoelektrisk effekt
- Compton spredning
- Pardannelse

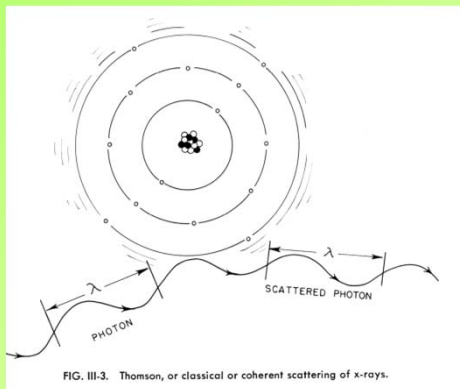
Røntgenfotoners energi :  $E_{\text{foton}} = h \cdot f$

hvor  $h$  = Planck s konstant =  $6,63 \cdot 10^{-34}$  J · s  
 $f$  = frekvensen

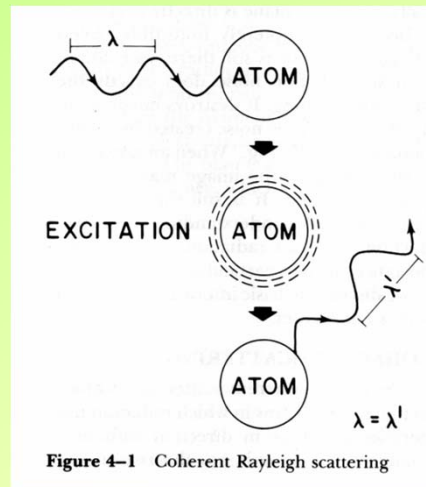
Røntgenstråler kan enten absorberes eller spredes ( attenueres ) ved vekselvirkning med et atom.

### Coherent spredning :

a) Thomson spredning:  
Fotonen vekselvirker med én elektron



b) Rayleigh spredning:  
Fotonen vekselvirker med hele atomet



### Vekselvirkning :

- ingen overførsel af energi til atomet
- ingen ionisering af atomet eller stoffet
- uændret bølglængde  $\lambda = \lambda'$  af fotonen
- indkommende foton ændrer retning

Minimal betydning i det røntgendiagnostiske område.

## Atomers elektroner og energi niveauer :

Atomets elektronstruktur kan opfattes som en skalstruktur : K , L , M , N ...

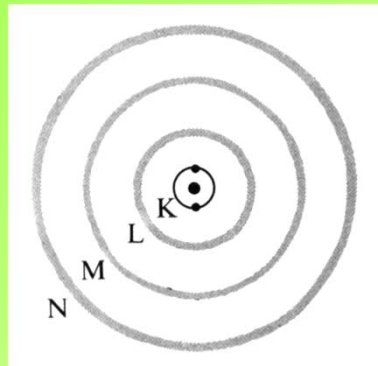
Antal elektroner i skal

K : 2

L : 8

M : 18

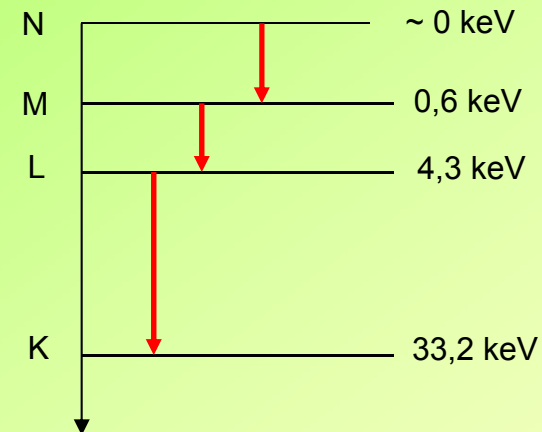
N : 32



Hver elektronskal er opbygget af flere elektronorbitaler ( s, p, d, f, ... )

I hver orbital er der plads til 2 elektroner ( spin op , spin ned ) .

### Energi-niveau-diagram : Jod I



Bindingsenergier :  $E_K, E_L, E_M, E_N, \dots$

$$E_{\text{foton}} = E_n - E_m = h \cdot f$$

hvor  $f$  = frekvensen

$\lambda$  = bølgelængden

$c$  = lysets hastighed =  $3 \cdot 10^8$  m/s

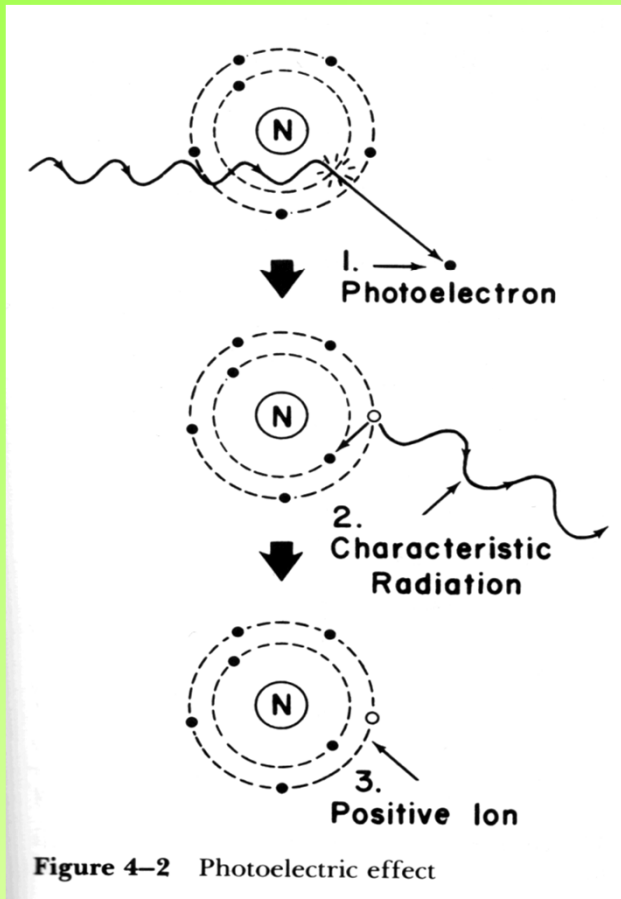
NB:  $1 \text{ keV} = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$



## Fotoelektrisk effekt :

Røntgenfotonen vekselvirker med en bunden elektron i skal K ( eller skal L ) .  
Fotonens energi absorberes fuldstændigt af elektronen, og fotonen forsvinder.  
Den udsendte fotoelektrons kinetiske energi  $E_{kin}$  bestemmes af :

$$E_{kin} = h \cdot f - E_{K/L} , \text{ hvor } E_{K/L} = \text{bindingsenergien i K/L - skallen}$$



Fotoelektrisk effekt kan forekomme når fotonens energi  $h \cdot f > E_K$  .  
Sandsynligheden for reaktionen er størst, hvis  $h \cdot f$  kun er lidt større end bindingsenergien  $E_K$  .

Sandsynligheden  $P$  for fotoelektrisk effekt :

$$P(\text{foto. effekt}) \propto \frac{Z^3}{(h \cdot f)^3}$$

**NB:**  $P$  vokser stærkt med voksende atomnummer  $Z$ , og aftager hurtigt med voksende fotonenergi  $h \cdot f$

## Compton spredning :

Røntgenfotonen vekselvirker med en løst bundet elektron i atomet .

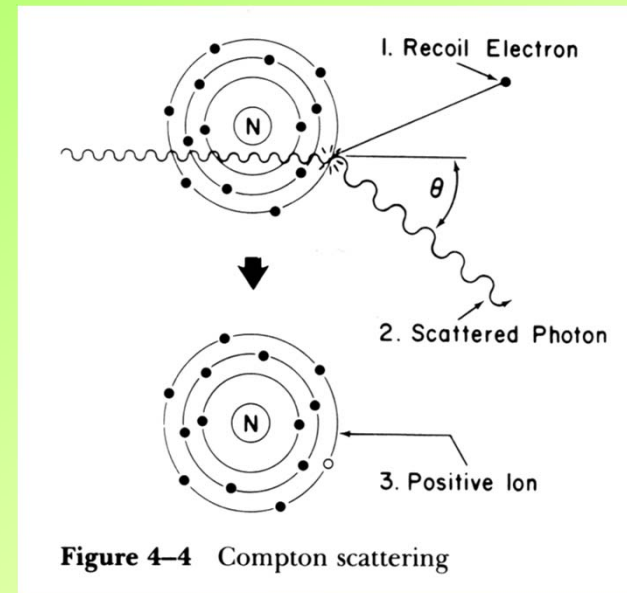
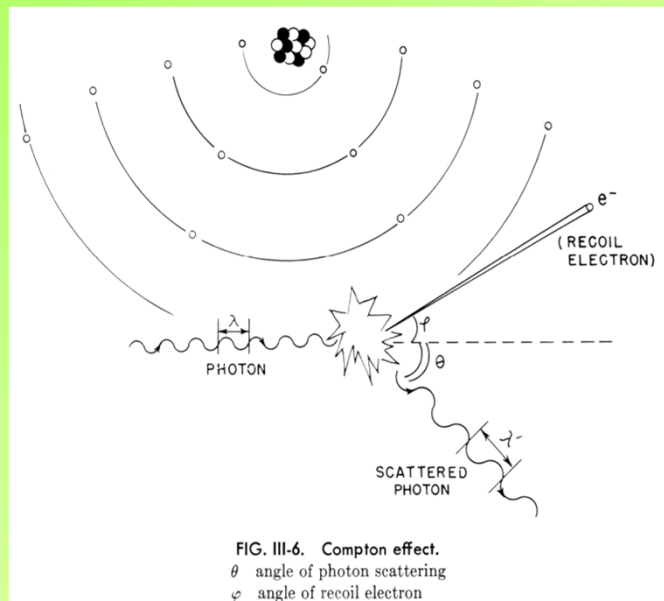
Fotonen spredes på elektronen og ændrer bølgelængde og retning .

Elektronen tildeles kinetisk energi, og atomet ioniseres.

*NB* : løst bundet betyder :

fotonens energi  $\gg$  elektronens bindingsenergi .

## Vekselvirkning :



Fotonens ændring i bølgelængde :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos \theta)$$

Fotonens tab i energi :

$$\Delta E = \frac{E^2}{m_e \cdot c^2} \cdot (1 - \cos \theta)$$

$m_e$  = elektronens masse

*NB* :  $\lambda' > \lambda$  ,  $f' < f$  ,  $c = \lambda \cdot f$  ,  $E = h \cdot f = h \cdot c / \lambda$

## Compton spredning :

Sandsynligheden  $P$  for at en røntgenfoton undergår Compton spredning i et stof afhænger af fotonens energi, stoffets densitet  $\rho$  og antallet af elektroner pr. gram . Antallet af elektroner pr. gram er næsten uafhængig af stoffets atomnummer  $Z$ .

$$P(\text{Compton}) \propto \frac{1}{h \cdot f}, Z^0, \rho$$

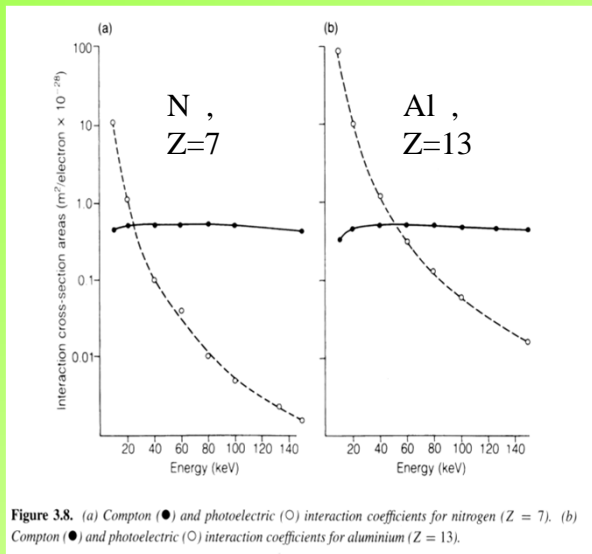


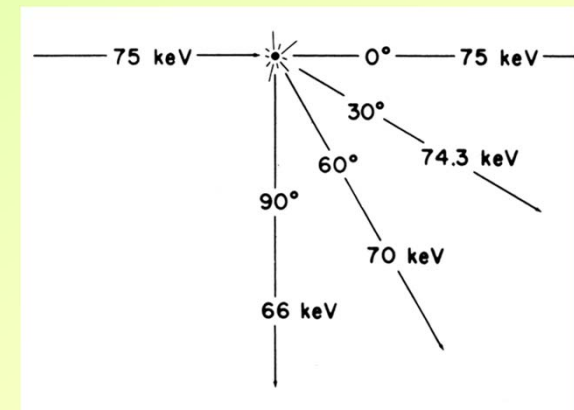
Figure 3.8. (a) Compton (●) and photoelectric (○) interaction coefficients for nitrogen ( $Z = 7$ ). (b) Compton (●) and photoelectric (○) interaction coefficients for aluminum ( $Z = 13$ ).

Spredt stråling forringer den diagnostiske billedkvalitet af røntgenbilledet og mindsker SNR ( lavkontrast )

## Spredt stråling :

Spredt stråling fra patienten skyldes fortrinsvis Compton spredning af røntgenfotoner.

**NB :** Selv efter en spredning på  $90^\circ$  bibeholder røntgenfotonen størstedelen af sin energi. Bl.a. derfor skal der bæres blyforklæde ved røntgenoptagelser og fluoroskopi / gennemlysning .



## Pardannelse :

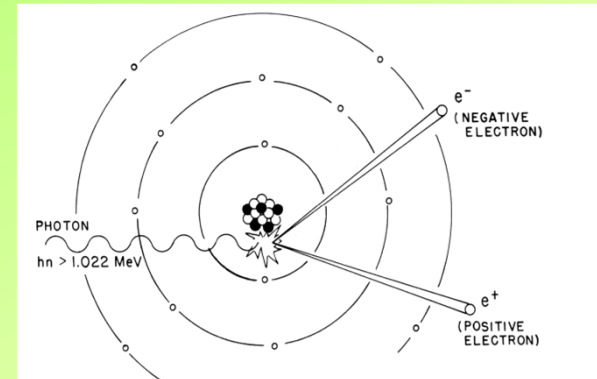
Røntgenfotonen vekselvirker med det elektriske felt omkring atomkernen, og der skabes en elektron ( $e^-$ ) og en positron ( $e^+$ ).

**Einstein** :  $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$

Elektronens hvilemasse :  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg

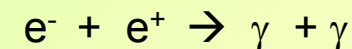
Elektronens hvileenergi :  $E_e = 511$  keV = 0,511 MeV

Pardannelse kan kun forekomme, når fotonens energi  $h \cdot f$  er større end tærskelenergien 1022 keV ( $2 \cdot E_e$ ) for processen .



Energiregnskab ved pardannelse :  $E_{\text{foton}} = h \cdot f = 1022$  keV +  $E_{\text{kin}}(e^-)$  +  $E_{\text{kin}}(e^+)$

Positronen vekselvirker senere med en elektron hvorved begge partikler annihileres, og der dannes to  $\gamma$  - fotoner :

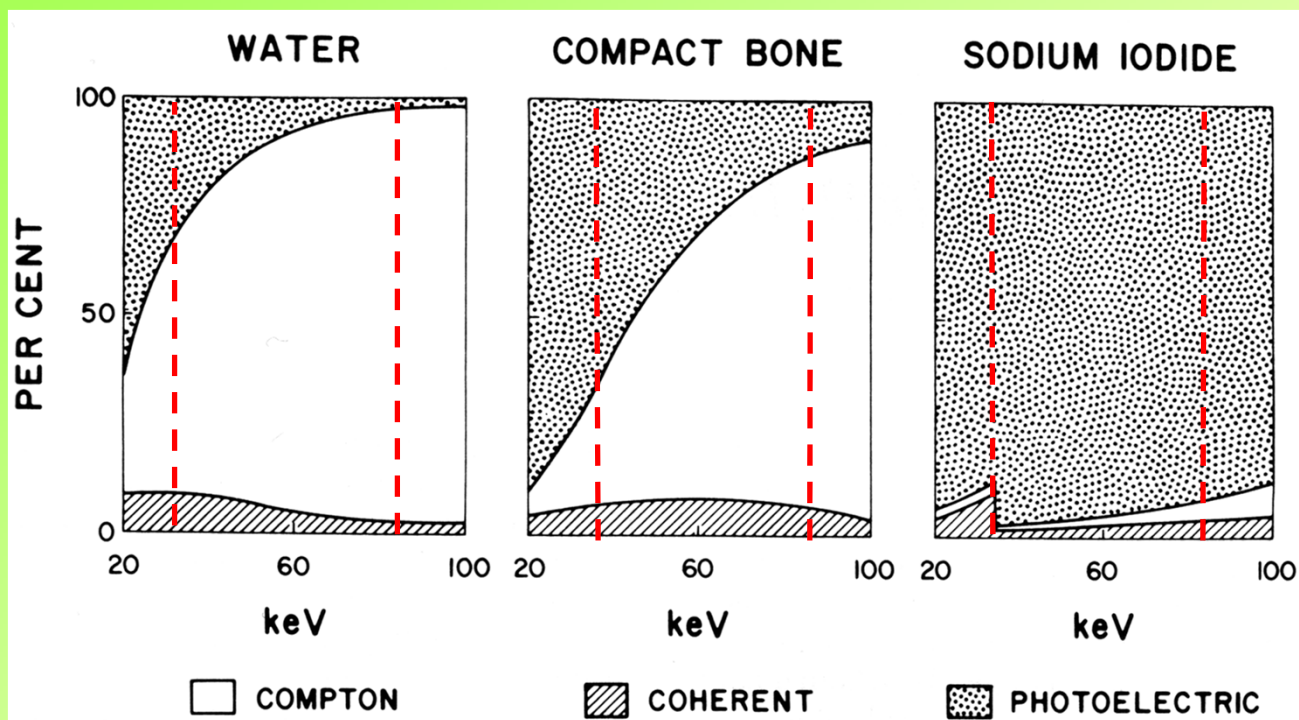


Sandsynligheden :  $P$  ( pardannelse )  $\sim Z^2$

*NB* : Pardannelse har ingen betydning inden for det diagnostiske område 10 – 150 keV  
(  $E_{\text{foton}} > 1022$  keV )

## Røntgenstålers vekselvirkning med stof :

Relative frekvenser for de vigtigste processer : *coherent spredning* , *fotoelektrisk effekt* , *compton spredning*

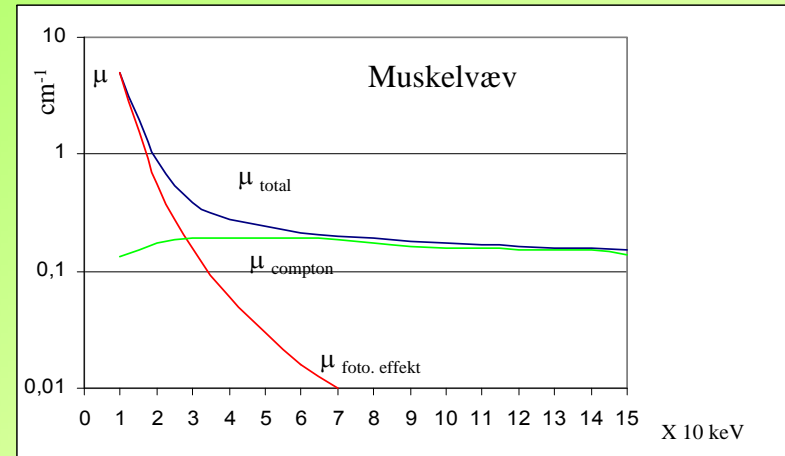


**Figure 4-7** Percentage of coherent, photoelectric, and Compton reactions in water, compact bone, and sodium iodide

## Lineær attenuations koefficient $\mu$ :

Den lineære attenuations koefficient  $\mu$  består af tre bidrag :

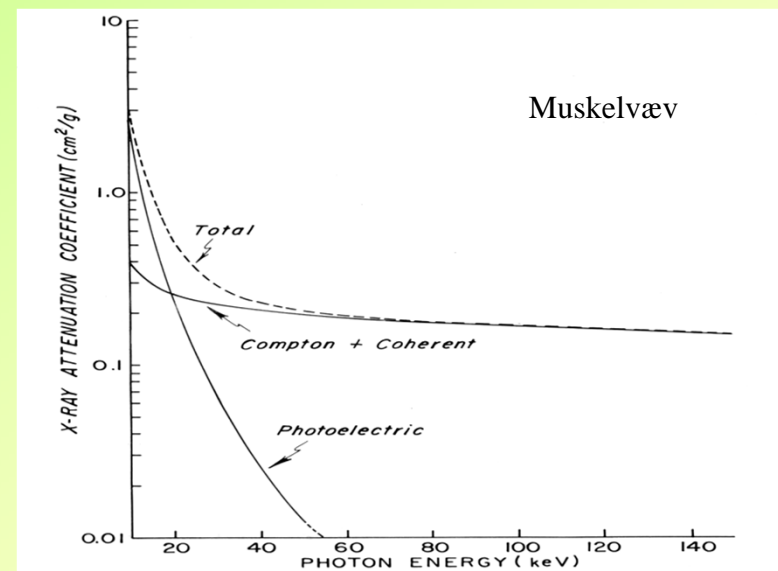
$$\mu_{\text{total}} = \mu_{\text{coherent}} + \mu_{\text{fotoelektrisk effekt}} + \mu_{\text{compton}}$$



## Masse attenuations koefficienten $\mu/\rho$ :

Masse attenuations koefficienten  $\mu/\rho$  består af tre bidrag :

$$\mu/\rho_{\text{total}} = \mu/\rho_{\text{coherent}} + \mu/\rho_{\text{foto. effekt}} + \mu/\rho_{\text{compton}}$$



## Masse attenuations koefficienten $\mu/\rho$ for bly Pb og iod I :

Transmission af monokromatisk stråling gennem 1 mm bly Pb :

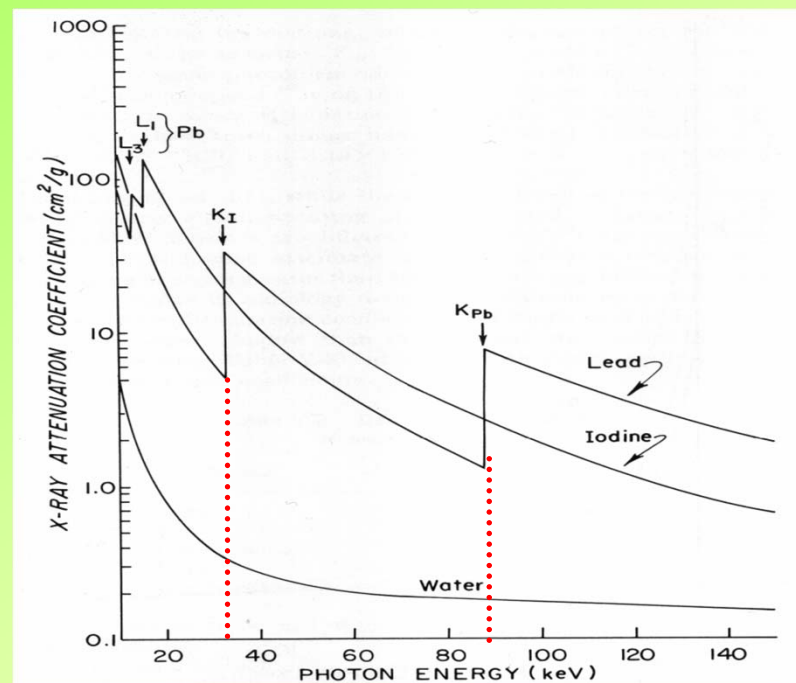
Energi keV	Transmission %
50	0,016
60	0,40
80	6,8
88	12,0
-- K kant --	
88	0,026
100	0,14
150	0,96

K – kant for bly : 88,0 keV

K – kant for iod : 33,2 keV

*NB* : Iod I attenuerer røntgenstråling bedre end bly Pb i intervallet

$$33,2 \text{ keV} < E_{\text{foton}} < 88,0 \text{ keV} !$$



*The End !*